6

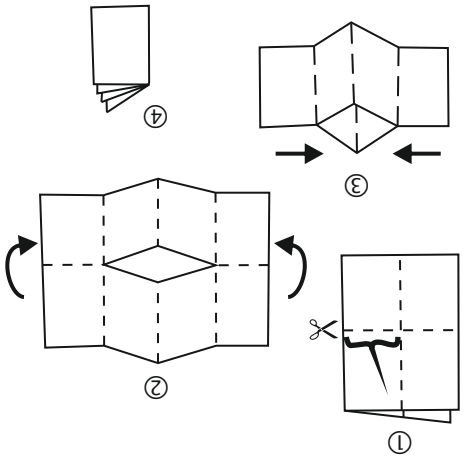
Zufall und Wahrscheinlichkeit

Zufallsexperiment:

Glücksrad

Wahrscheinlichkeiten bestimmen:

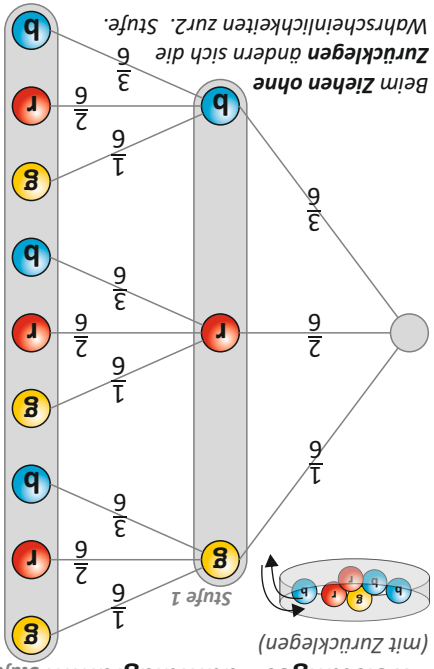
Ergebnis	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit *(Bruch / Dezimalzahl / Prozent)*
gelb *(g)*	3	$\frac{3}{10}$ = 0,3 = 30 %
rot *(r)*	2	$\frac{2}{10}$ = 0,2 = 20 %
blau *(b)*	5	$\frac{5}{10}$ = 0,5 = 50 %
Summe	**10**	$\frac{10}{10}$ = 1,0 = 100 %



© www.erstestun.de/mathematik/m8_6.pdf

Zweistufiges Baumdiagramm *Stufe 2*

(mit Zurücklegen)



*Beim **Ziehen ohne Zurücklegen** ändern sich die Wahrscheinlichkeiten zur 2. Stufe.*

Produktregel

Um die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen von zwei bestimmten Kugeln zu bestimmen *(z.B. gelb, gelb)*, multipliziert man die Wahrscheinlichkeiten entlang des Pfades.

Beispiel:

$P(g; g) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \approx 0{,}03 = 3\ \%$ *(g, g)*

Summenregel

Um die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis *(z.B. E: zwei gleichfarbige Kugeln)* zu bestimmen, addiert man die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Ergebnisse.

Beispiel:

$P(E) = \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{9}{36} = \frac{14}{36} \approx 0{,}39 = 39\ \%$ *(g; g) + (r; r) + (b;b)*

Laplace-Experimente

Pierre-Simon Laplace *(1749 - 1827)* französischer Mathematiker, Physiker und Astronom

Zufallsexperimente, bei denen alle Ergebnisse **S** die gleiche Wahrscheinlichkeit **P** haben, heißen Laplace-Experimente.

(S: solutions; P: probability)

$$\mathbf{P(Ergebnis)} = \frac{1}{\textbf{Anzahl aller Ergebnisse}}$$

Zufallsexperiment:

Würfeln

Ergebnismenge:

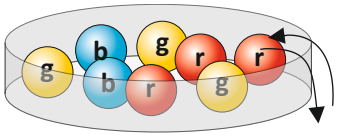
S = { 1; 2; 3; 4; 5; 6}

Wahrscheinlichkeit eine 4 zu würfeln:

$P(4) = \frac{1}{6} \approx 0{,}17 = 17\ \%$

Zufallsexperiment:

Urne



*Ergebnisse nach 20 Mal **Ziehen mit Zurücklegen**:*

Urliste

g r r b g r b
r r g r b r b
g r g g b r

Strichliste

gelb *(g)*: 𝍸 |
rot *(r)*: 𝍸 ||||
blau *(b)*: 𝍸

Ergebnis	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit *(Bruch / Dezimalzahl / Prozent)*
gelb *(g)*	6	$\frac{6}{20}$ = 0,3 = 30 %
rot *(r)*	9	$\frac{9}{20}$ = 0,45 = 45 %
blau *(b)*	5	$\frac{5}{20}$ = 0,25 = 25 %
Summe	**20**	$\frac{20}{20}$ = 1,0 = 100 %

Ereignisse

Eine Teilmenge aller möglichen Ergebnisse kann als Ereignis **E** zusammengefasst werden. *(E: event)*

Zufallsexperiment:

Würfel

S = { 1; 2; 3; 4; 5; 6}

E_1: eine gerade Zahl würfeln

$E_1 = \{2; 4; 6\}$ $P(E_1) = \frac{3}{6} = 0{,}5 = 50\ \%$

E_2: eine Zahl größer als 4 würfeln

$E_2 = \{5; 6\}$ $P(E_2) = \frac{2}{6} \approx 0{,}33 = 33\ \%$

E_3: eine Sieben würfeln

$E_3 = \{\ \}$ $P(E_3) = \frac{0}{6} = 0 = 0\ \%$

$$\mathbf{P(Ereignis)} = \frac{\textbf{Anzahl günstige Ergebnisse}}{\textbf{Anzahl aller Ergebnisse}}$$

Mehrstufige Zufallsexperimente

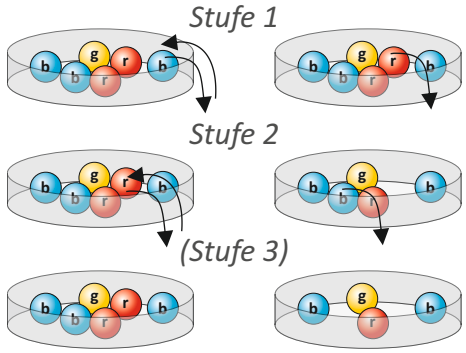
Zufallsexperiment:

Urne

Ziehen ...

... mit Zurücklegen

... ohne Zurücklegen



Kugeln können mehrfach gezogen werden. Die Ergebnismenge bleibt gleich.

Gezogene Kugeln bleiben draußen. Die Ergebnismenge wird kleiner.