Normalform mit der p-q-Formel lösen

Normalform: $y = x^2 \pm px \pm q$

p-q-Formel: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Beispiele:

$y = x^2 + 2x - 8$

$x_{1/2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-8)}$

$x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{(1)^2 + 8}$

$x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{9}$

$x_{1/2} = -1 \pm 3$

$\mathbf{x_1 = -4}$

$\mathbf{x_2 = 2}$

IL = { – 4 ; 2 }

$y = x^2 + 6x + 9$

$x_{1/2} = -\frac{6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6}{2}\right)^2 - (+9)}$

$x_{1/2} = -3 \pm \sqrt{(3)^2 - 9}$

$x_{1/2} = -3 \pm \sqrt{0}$

$\mathbf{x_1 = -3}$

IL = { – 3 }

$y = x^2 - 3x + 4$

$x_{1/2} = -\frac{(-3)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-3}{2}\right)^2 - (+4)}$

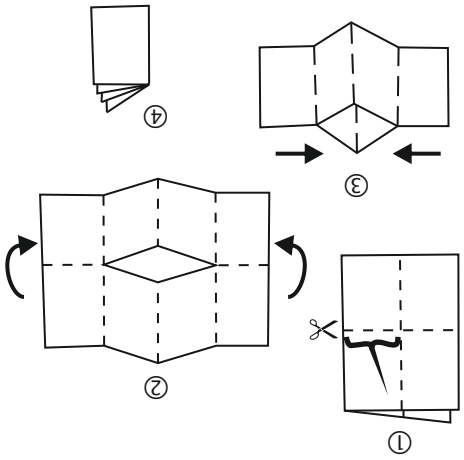
$x_{1/2} = 1{,}5 \pm \sqrt{(-1{,}5)^2 - 4}$

$x_{1/2} = 1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 - 4}$

$x_{1/2} = 1{,}5 \pm \sqrt{-1{,}75}$

n.m. *(negative Wurzel)*

IL = { }



m 10

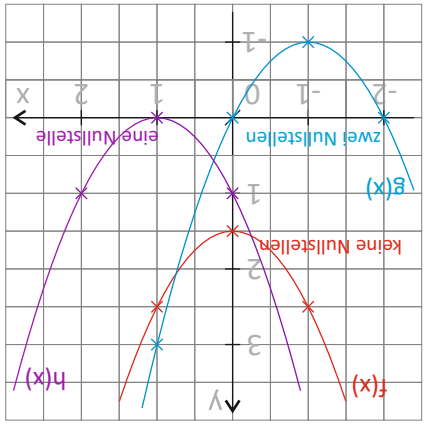
2

Quadratische Gleichungen

$f(x) = x^2 + 1{,}5$

$g(x) = x^2 + 2x$

$h(x) = x^2 - 2x + 1$



Nullstellen

Quadratische Funktionen haben
- keine Nullstelle **IL = { }** *(leere Menge)*
- eine Nullstelle **IL = { 1 }** **oder**
- zwei Nullstellen **IL = { –2 ; 0 }**.

Für alle Nullstellen gilt: **y = 0**

Beispiele für Koordinaten:
(3 / 0), (–2 / 0), (1,8 / 0), ...

Beim Lösen quadratischer Gleichungen wird für **y** bzw. **f(x)** die „**0**" eingesetzt:

Beispiele:
$f(x) = x^2 + 1{,}5 \Rightarrow 0 = x^2 + 1{,}5$

$y = x^2 + px + q \Rightarrow 0 = x^2 + px + q$
(Normalform)

$y = x^2 + q$ — rein quadratisch

Normalform lösen *(p = 0)*

$0 = x^2 - 9 \quad |+9$

$9 = x^2 \quad |\sqrt{}$

$x_1 = 3$

$x_2 = -3$

IL = { –3 ; 3 }

$0 = x^2 + 4 \quad |-4$

$-4 = x^2 \quad |\sqrt{}$

n. m. *(nicht möglich, da negative Wurzel)*

IL = { }

$y = x^2 + px$

$0 = x^2 \quad |\sqrt{}$

$x = 0$

IL = { 0 }

$y = x^2 + q$

Normalform lösen *(q = 0)*

$0 = x^2 + 4x \quad |$x ausklammern

$0 = x(x + 4)$

$\mathbf{x_1} = 0$

$\mathbf{x_2} = -4$

x oder (x + 4) muss 0 sein.

IL = { –4 ; 0 }

$y = x^2 + px$ — gemischt quadratisch

$0 = x^2 - 10x \quad |$x ausklammern

$0 = x(x - 10)$

$\mathbf{x_1} = 0$

$\mathbf{x_2} = 10$

x oder (x – 10) muss 0 sein.

IL = { 0 ; 10 }

Ist p ≠ 0, hat die Form $y = x^2 + px$ immer zwei Nullstellen. Ein x-Wert ist immer 0.

$y = x^2 + px + q$

Normalform lösen *quadratische Ergänzung*

$0 = x^2 - 6x + 5 \quad |$quadr. Erg.

$0 = x^2 - 6x + 3^2 + 5 - 3^2$

$* \; 0 = (x - 3)^2 - 4 \quad |+4$

$4 = (x - 3)^2 \quad |\sqrt{}$

$\pm 2 = x - 3 \quad |+3$

$\mathbf{x_1} = -2 + 3 = \mathbf{1}$

$\mathbf{x_2} = +2 + 3 = \mathbf{5}$

IL = { 1 ; 5 }

$0 = x^2 + 4x + 9 \quad |$quadr. Erg.

$0 = x^2 + 4x + 2^2 + 9 - 2^2$

$* \; 0 = (x + 2)^2 + 5 \quad |-5$

$-5 = (x + 2)^2 \quad |\sqrt{}$

n. m.

IL = { }

* 0 = y → Scheitelpunktform

$y = x^2 + px + q$ — gemischt quadratisch